به نام پروردگار یکتا

اصول عملیات واحد

(جلسه چهارم)

مدرس: عباسی

دانشکده فنی شهید رجایی شیراز

نفوذ در حجم ساکن

$$N_B = 0 \Rightarrow \frac{N_A}{N_A + N_B} = 1 \Rightarrow N_A = \frac{CD_{AB}}{z} \ln \frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}} \quad (*)$$

$$\begin{cases} x_{A1} + x_{B1} = 1 \\ x_{A2} + x_{B2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{B1} = 1 - x_{A1} \\ x_{B2} = 1 - x_{A2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} N_A = \frac{CD_{AB}}{z} \ln \frac{x_{B2}}{x_{B1}} \xrightarrow{\times \frac{x_{A1}-x_{A2}}{x_{A1}-x_{A2}}} N_A = \frac{CD_{AB}}{z} \frac{x_{A1}-x_{A2}}{\frac{x_{A1}-x_{A2}}{\ln \frac{x_{B2}}{x_{B1}}}}$$

$$x_{A1} - x_{A2} = (1-x_{B1}) - (1-x_{B2}) = x_{B2} - x_{B1} \Rightarrow N_A = \frac{CD_{AB}}{z} \frac{x_{A1}-x_{A2}}{\frac{x_{B2}-x_{B1}}{\ln \frac{x_{B2}}{x_{B1}}}}$$

$$\frac{x_{B2}-x_{B1}}{\ln \frac{x_{B2}}{x_{B1}}} = x_{BM}$$ حد وسط لگاریتمی

$$\Rightarrow N_A = \frac{CD_{AB}(x_{A1}-x_{A2})}{z\, x_{BM}}$$

$$x_{BM} \times \frac{P}{P} = \frac{P_{B2}-P_{B1}}{P \ln \frac{P_{B2}}{P_{B1}}} = \frac{P_{BM}}{P} \xrightarrow{\text{برای گازها}} N_A = \frac{PD_{AB}}{RTz} \frac{x_{A1}-x_{A2}}{\frac{P_{BM}}{P}} \Rightarrow N_A = \frac{PD_{AB}(P_{A1}-P_{A2})}{RTz\, P_{BM}}$$

مثال: مطلوبست میزان انتقال جرم اکسیژن به ازای واحد سطح از میان لایه‌ای به ضخامت 2 mm، وقتی غلظت اکسیژن در دو طرف لایه به ترتیب 10٪ و 20٪ حجمی اکسیژن باشد. لایه محلولی از اکسیژن و نیتروژن است. متشار کل اتمسفر و دما 25°C است. فرض کنید فقط انتقال جرم اکسیژن را داشته باشیم.

$D_{AB} = 2.064 \times 10^{-5}\ m^2/s$ (در شرایط مسئله)

پاسخ: $N_B = 0 \Rightarrow N_A = \dfrac{P D_{AB} (P_{A1} - P_{A2})}{RT Z P_{BM}}$

$$\begin{cases} P_{A1} = 0.2\ atm \\ P_{A2} = 0.1\ atm \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{B1} = P - P_{A1} = 0.8\ atm \\ P_{B2} = P - P_{A2} = 0.9\ atm \end{cases} \Rightarrow P_{BM} = \frac{P_{B2} - P_{B1}}{\ln \frac{P_{B2}}{P_{B1}}} = \frac{0.9 - 0.8}{\ln \frac{0.9}{0.8}} = 0.849$$

$P_t = 1\ atm = 101325\ Pa$, $T = 25 + 273 = 288\ K$, $R = 8314\ J/mol.K$

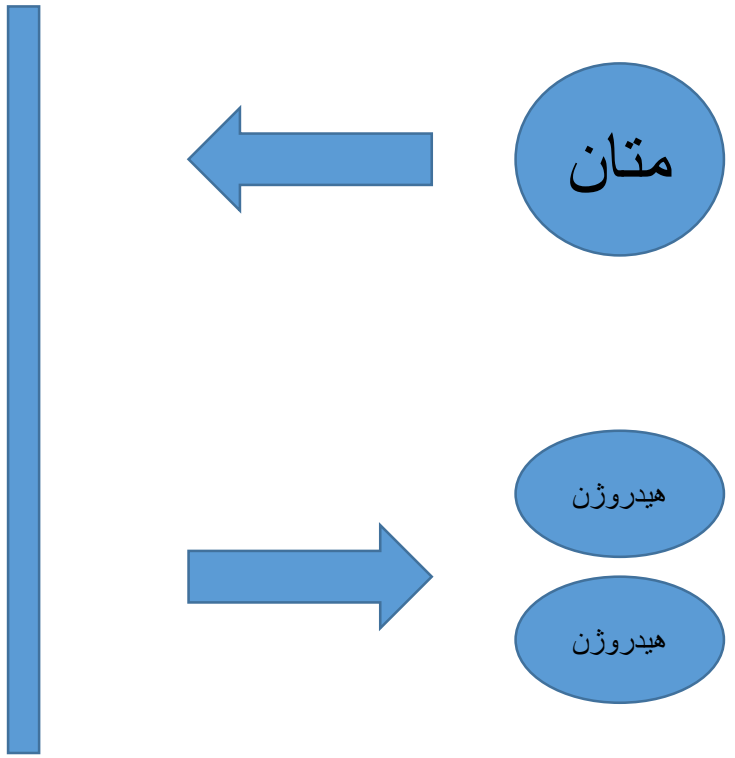
$$\Rightarrow N_A = \frac{(2.064 \times 10^{-5})(101325)}{(8314)(298)(2 \times 10^{-3})} \left(\frac{0.2 - 0.1}{0.849}\right) = 4.97 \times 10^{-5}\ kmol/m^2.s$$

$$\dot{n}_A = N_A \cdot S = (4.97 \times 10^{-5})(1) = 4.97 \times 10^{-5}\ kmol/s$$

واکنش روی سطح کاتالیست

* وقتی واکنش روی سطح کاتالیست رخ میدهد، واکنش دهنده روی سطح کاتالیست جذب شده، پس واکنش میدهد و محصول واکنش از روی سطح کاتالیست به سمت توده ی سیال وارد می‌گردد پس جهت تندی واکنش دهنده و محصول در خلاف جهت هم است ولی نسبت آنها براساس استکیومتری واکنش مشخص می‌شود.

$$CH_4 \longrightarrow C + 2H_2$$



مثال: گاز متان روی سطح کاتالیست به صورت $CH_4 \longrightarrow C + 2H_2$ شکسته می‌شود. واکنش بسیار سریع است. فشار کل ثابت و برابر اتمسفر است. مقاومت لایه‌ی انتقال جرم، یک میلی متر و دما صفر درجه‌ی سانتی‌گراد است. جزء مولی متان در توده سیال 0.06 است. شار مولی متان و مقدار تولید هیدروژن را محاسبه کنید. دقت کنید که کربن روی سطح کاتالیست باقی می‌ماند و نفوذ نمی‌کند.

$D_{AB} = 6.25 \times 10^{-5}\ m^2/s$ (در شرایط مسئله)

پاسخ: متان = A

هیدروژن = B

$$CH_4 \longrightarrow C + 2H_2 \Rightarrow N_B = -2N_A \Rightarrow \frac{N_A}{N_A + N_B} = -1 \Rightarrow N_A = -\frac{PD_{AB}}{RTZ} \ln \frac{-1 - y_{A2}}{-1 - y_{A1}}$$

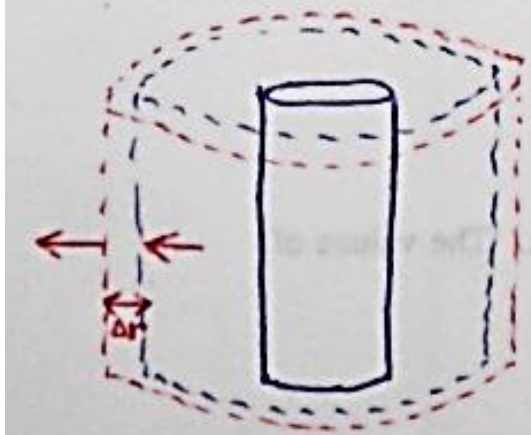
$y_{A1} = 0.06$ ، $y_{A2} = 0$ (به دلیل واکنش سریع)

$$\Rightarrow N_A = \frac{(101325)(6.25 \times 10^{-5})}{(8314)(273)(1 \times 10^{-3})} \ln\left[\frac{-1-0}{-1-0.06}\right] = 1.311 \times 10^{-3}\ \frac{kmol}{m^2 \cdot s}$$

$$\Rightarrow N_B = -2N_A = -2 \times (1.311 \times 10^{-3}) = -2.622 \times 10^{-3}\ \frac{kmol}{m^2 \cdot s}$$

انتقال جرم خارج یک استوانه در شرایط یک نواختی

* استوانه‌ای به شعاع R و ارتفاع L در نظر بگیرید که انتقال جرم از سطح جانبی استوانه به محیط اطراف آن صورت می‌گیرد. فرض می‌شود مقدار انتقال جرم به حدی کم است که بتوان از حرکت توده‌ای صرف نظر کرد پس انتقال جرم مولکولی فقط در جهت r است.



نفوذ در حرکت سکون

$$N_A = J_A + x_A(N_A + N_B) \Rightarrow N_A(1-x_A) = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dr}$$

چون در جهت r، سطح زیاد می‌شود پس N_A ثابت نیست اما $N_A \cdot S$ ثابت است.

$$N_A(2\pi rL)(1-x_A) = -CD_{AB}(2\pi rL)\frac{dx_A}{dr} \Rightarrow N(1-x_A) = -CD_{AB}(2\pi rL)\frac{dx_A}{dr}$$

$$\Rightarrow -\frac{CD_{AB}(2\pi L)}{N}\frac{dx_A}{1-x_A} = \frac{dr}{r} \Rightarrow \frac{CD_{AB}(2\pi L)}{N}\ln\frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}} = \ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$\Rightarrow N = \frac{CD_{AB}(2\pi L)}{\ln\frac{r_2}{r_1}}\ln\frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}}$$

تتردد
متشابك

$$N_A = J_A + x_A(N_A + N_B) \Rightarrow N_A(2\pi rL) = -CD_{AB}(2\pi rL)\frac{dx_A}{dr}$$

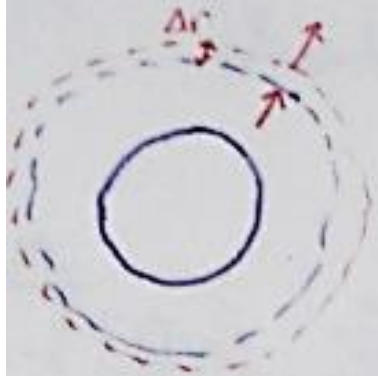
$$\Rightarrow N = -CD_{AB}(2\pi rL)\frac{dx_A}{dr} \Rightarrow \frac{-CD_{AB}(2\pi L)}{N}dx_A = \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{CD_{AB}(2\pi L)}{N}(x_{A1} - x_{A2}) = \ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$\Rightarrow N = \frac{CD_{AB}(2\pi L)}{\ln\frac{r_2}{r_1}}(x_{A1} - x_{A2})$$

انتقال جرم خارج کره در رژیم پایا

یک کره ی نفتالین در هوا معلق نگه داشته شده است . نرخ تصعید نفتالین را از سطح بیابید .



هوا در نفتالین نفوذ نمی کند. $\Rightarrow N_B = 0 \Rightarrow N_A = J_A + x_A N_A \Rightarrow N_A(1-x_A) = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dr}$

$$N_A(4\pi r^2)(1-x_A) = -CD_{AB}(4\pi r^2)\frac{dx_A}{dr} \Rightarrow \frac{-CD_{AB}(4\pi)}{N}\frac{dx_A}{1-x_A} = \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{CD_{AB}(4\pi)}{N}\ln\frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \Rightarrow N = \frac{CD_{AB}(4\pi)}{\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}}\ln\frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}}$$

در فاصله ی دور از کره $(r_2 \to \infty)$ ، هوای خالص داریم $(x_{A2}=0)$ پس :

$$N = CD_{AB}r_1(4\pi)\ln(1-x_{A1})$$

تکلیف: کره ای از جنس نفتالین با شعاع ۲ میلی متر در هوای ساکن با فشار یک اتمسفر و دمای ۳۱۸ کلوین، معلق نگه داشته شده است. فرض می شود که دمای سطح کره نیز با هوای محیط هم دما باشد و فشار بخار نفتالین در این دما ۰/۵۵۵ میلی متر جیوه داده شده است. اگر در این دما، ضریب نفوذ نفتالین در هوا برابر با $6.92 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ باشد، نرخ تصعید نفتالین را از سطح کره محاسبه کنید.

(ابتدا باید رابطه ای برای نرخ تصعید به دست آورید. همچنین به خاطر داشته باشید که با تصعید نفتالین، سطح کره با کاهش شعاع، کاهش می یابد اما حاصل ضرب شار انتقال جرم و سطح ثابت است.)

مهلت ارسال پاسخ: تا یک هفته پس از ارسال فایل تدریس

ارسال پاسخ به ایمیل:

a.abasi.eng2014@gmail.com

در عنوان ایمیل حتما "تکلیف چهارم درس اصول عملیات واحد" نوشته شود.

نام فایل، نام دانشجو باشد.