کنترل فرایند

جلسه چهارم

مدرس:
"مریم براتی"
"دکتری مهندسی شیمی"
"دانشکده فنی و حرفه ای شهید رجایی"

فصل دوم:

سیستم های درجه اول

سیستم های درجه اول

یکی از روش های بررسی مسایل کنترل روش تئوریک می باشد.

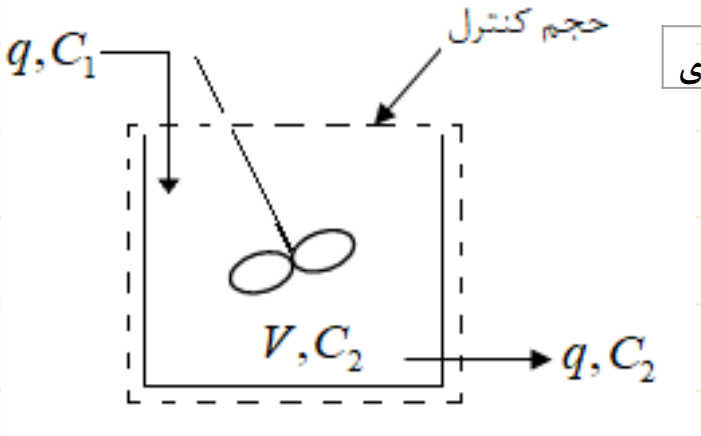
بنابراین بایستی اجزای مختلف یک فرایند رامدلسازی کنیم.

در این فصل فرایند های ساده تحت عنوان سیستم درجه اول مورد بحث و تحلیل قرار می دهیم.

مثال شماره ۱: مخزن همزن دار با حجم V

در این مثال به علت وجود همزن و اختلاط کامل در ظرف، کل ظرف را حجم کنترل در نظر می گیریم.

همچنین به علت وجود پارامتر غلظت مولی از موازنه مولی برای مدلسازی مسئله استفاده می کنیم.



مول تجمع یافته = مول مصرف شده – مول تولید شده + مول خروجی – مول ورودی

$$qC_1 - qC_2 = \frac{dN}{dt} = \frac{dC_2V}{dt}$$

$$q = \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}}$$

$$C = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}}$$

$$qC = \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}} \cdot \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\text{مول}}{\text{زمان}}$$

$$CV = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} \cdot \text{حجم} = \text{مول}$$

1 $$qC_1 - qC_2 = \frac{dN}{dt} = \frac{dC_2V}{dt}$$

2 $$qC_{1s} - qC_{2s} = 0 \rightarrow C_{1s} = C_{2s}$$

3 $$q\underbrace{(C_1 - C_{1s})}_{C_1'} - q\underbrace{(C_2 - C_{2s})}_{C_2'} = V\frac{dC_2}{dt}$$

4 $$qC_1' - qC_2' = V\frac{d\overbrace{(C_2 - C_{2s})}^{C_2'}}{dt} \rightarrow qC_1' - qC_2' = V\frac{dC_2'}{dt}$$

5 $$qC_1'(s) - qC_2'(s) = V(sC_2'(s) - C_2'(t=0))$$

6 $$qC_1'(s) = (Vs + q)C_2'(s)$$

7 $$\frac{C_2'(s)}{C_1'(s)} = \frac{q}{(Vs+q)} \rightarrow \frac{C_2'(s)}{C_1'(s)} = \frac{\frac{q}{q}}{(\frac{V}{q}s + \frac{q}{q})}$$

$$\frac{C_2'(s)}{C_1'(s)} = \frac{1}{(\tau s + 1)}, \tau = \frac{V}{q}$$

به طور کلی اگر در تابع انتقال ارتباط بین متغیرهای ورودی و خروجی هم جنس (با واحد یکسان) باشد تابع انتقال آن به صورت زیر است که ترم S به توان یک نشان دهنده این است که این کسر یک تابع انتقال سیستم درجه یک است.

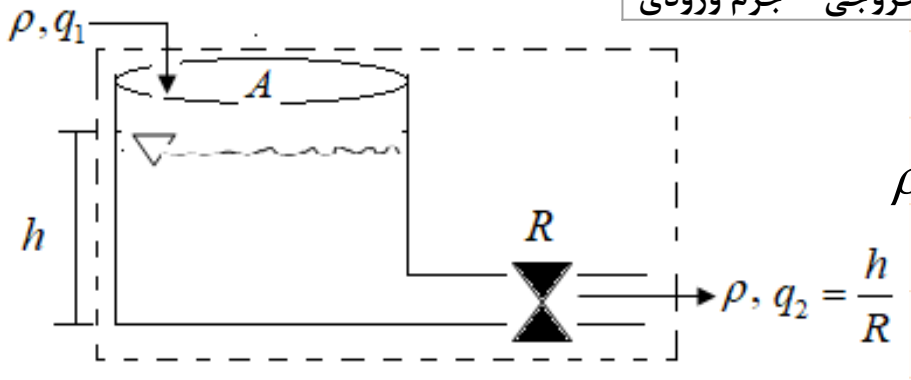
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

فرم عمومی تابع انتقال سیستم های درجه یک

مثال شماره ۲: سیستم سطح مایع

به منظور مدل سازی یک سیستم سطح مایع ابتدا یک حجم کنترل مطابق شکل زیر در نظر می گیریم سپس برای حجم کنترل تعیین شده با توجه به اطلاعات سیستم موازنه جرمی می نویسیم.

جرم تجمع یافته = جرم مصرف شده – جرم تولید شده + جرم خروجی – جرم ورودی



$$\rho q_1 - \rho q_2 = \frac{dm}{dt} = \frac{d\rho V}{dt} = \frac{d\rho Ah}{dt}$$

$$\rho = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \qquad q = \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}} \qquad \rho q = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \cdot \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}} = \frac{\text{جرم}}{\text{زمان}}$$

1 $\rho q_1 - \rho q_2 = \rho A \frac{dh}{dt} \rightarrow q_1 - q_2 = A \frac{dh}{dt}$

2 $q_{1s} - q_{2s} = 0 \rightarrow q_{1s} = q_{2s}$

3 $\underbrace{(q_1 - q_{1s})}_{q_1'} - \underbrace{(q_2 - q_{2s})}_{q_2'} = A \frac{dh}{dt}$

4 $\underbrace{(q_1 - q_{1s})}_{q_1'} - \underbrace{(q_2 - q_{2s})}_{q_2'} = A \frac{d\overbrace{(h - h_s)}^{h'}}{dt} \rightarrow q_1' - q_2' = A \frac{dh'}{dt}$

5 $q_1'(s) - q_2'(s) = A(sh'(s) - h'(t=0))$

$q_2 = \frac{h}{R} \,\&\, q_{2s} = \frac{h_s}{R} \rightarrow q_2 - q_{2s} = \frac{h - h_s}{R} \rightarrow q_2' = \frac{h'}{R}$

6 $q_1'(s) - \frac{h'(s)}{R} = Ash'(s) \rightarrow q_1'(s) = (As + \frac{1}{R})h'(s)$

7 $\frac{h'(s)}{q_1'(s)} = \frac{1}{(As + \frac{1}{R})} \rightarrow \frac{h'(s)}{q_1'(s)} = \frac{R}{(ARs + \frac{R}{R})}$

$\frac{h'(s)}{q_1'(s)} = \frac{k_p}{\tau s + 1}, k_p = R \,\&\, \tau = AR$

8 $\frac{Rq_2'(s)}{q_1'(s)} = \frac{R}{(ARs + \frac{R}{R})} \rightarrow \frac{q_2'(s)}{q_1'(s)} = \frac{1}{(ARs + \frac{R}{R})}$

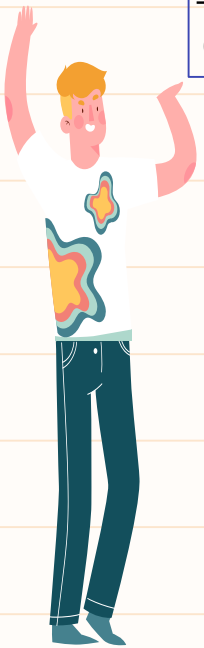
$\frac{q_2'(s)}{q_1'(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}, \tau = AR$

اگر در این مثال مخزن سطح مایع استوانه ای به شعاع 0.5 متر باشد و مقاومت شیر خروجی $R = 2.547 \frac{\min}{m^2}$ باشد تابع انتقال سیستم به صورت زیر است:

$$\frac{q_2'(s)}{q_1'(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}, \tau = AR$$

$$\tau = AR = \pi r^2 \times R = (3.14)(0.5)^2 \times 2.547 = 2.0$$

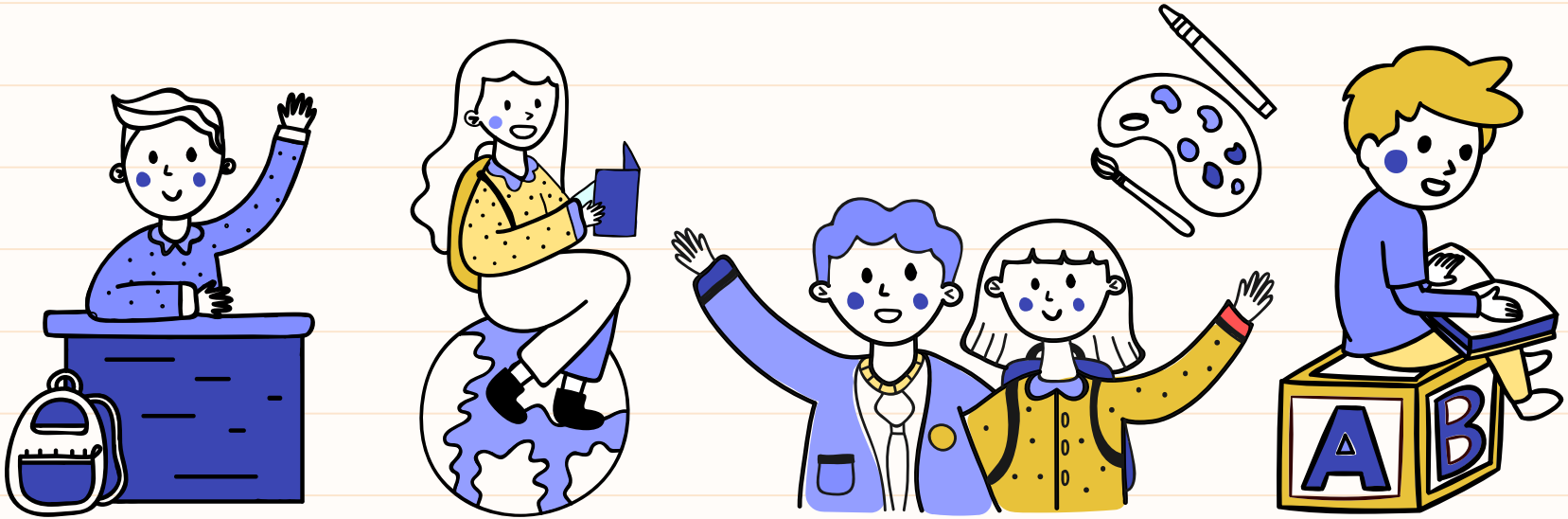
$$\frac{q_2'(s)}{q_1'(s)} = \frac{1}{2s+1} \;\&\; \frac{h'(s)}{q_1'(s)} = \frac{2.547}{2s+1}$$



همچنین اگر مقدار دبی ورودی در زمان صفر برابر با $1.5 \frac{m^3}{\min}$ باشد معادلات متغیرهای انحرافی دبی ورودی و خروجی و ارتفاع درون مخزن برابر است با:

$$q_1' = q_1 - q_{1s} \rightarrow q_1' = q_1 - 1.5$$

$$q_2' = q_2 - q_{2s} \xrightarrow{q_{2s}=q_{1s}=1.5} q_2' = q_2 - 1.5$$

$$h' = h - h_s \xrightarrow{h_s = q_{2s} \times R = 1.5 \times 2.547 = 3.8} h' = h - 3.8$$

پایان جلسه چهارم